

**Duração: 1 hora 50 minutos**

## G1 de Álgebra Linear I – 2006.2

Data: 6 de setembro de 2006

Nome: \_\_\_\_\_ Matrícula: \_\_\_\_\_

Assinatura: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

Questão	Valor	Nota	Revis.
1a	1.0		
1b	1.0		
1c	1.0		
2a	1.0		
2b	1.0		
2c	1.0		
2d	1.0		
3a	1.0		
3b	1.0		
3c	1.0		
Total	10.0		

### Instruções

- Não é permitido usar calculadora. Mantenha o celular desligado.
- É proibido desgrampear o caderno de prova.
- **Verifique, revise e confira** cuidadosamente suas respostas.
- **Respostas a caneta**. Escreva de forma clara e legível.
- Justifique de forma clara, ordenada e completa suas respostas. Respostas sem justificativas não serão consideradas.

1)

a) Considere a reta  $s$  de equação paramétrica

$$s = (t, 1 - t, 1 + 2t), \quad t \in \mathbb{R},$$

e os planos  $\pi_1, \pi_2$  e  $\pi_3$  cujas equações cartesianas são

$$\pi_1: x + 2y + az = b, \quad \pi_2: x - 2y + cz = d, \quad \pi_3: x + y + fz = g.$$

Determine **a, b, c, d, f** e **g** para que a interseção dos planos  $\pi_1, \pi_2$  e  $\pi_3$  seja a reta  $s$ .

b) Considere os planos  $\rho_1, \rho_2$  e  $\rho_3$  cujas equações cartesianas são

$$\rho_1: x + y - z = 1, \quad \rho_2: x + 3y + z = 1, \quad \rho_3: x + \alpha y + 3z = \gamma.$$

Determine, explicitamente,  $\alpha$  e  $\gamma$  para que a interseção dos planos  $\rho_1, \rho_2$  e  $\rho_3$  seja uma reta  $r$ .

c) Determine uma equação paramétrica da reta  $r$  do item anterior.

---

**Resposta:**

2) Considere as retas

$$r_1 = (1 + t, 2 - t, 1 + t), \quad t \in \mathbb{R}, \quad r_2 = (1 + 2t, 2 - t, 1 + 2t), \quad t \in \mathbb{R}.$$

a) Determine pontos  $B \in r_1$  e  $C \in r_2$  tais que:

- os pontos  $A = (1, 2, 1)$ ,  $B$  e  $C$  sejam os vértices de um paralelogramo  $\mathfrak{P}$ ,
- o lado  $AB$  de  $\mathfrak{P}$  tenha comprimento  $\sqrt{3}$ , e
- a área de  $\mathfrak{P}$  seja  $2\sqrt{2}$ .

b) Determine o quarto vértice  $D$  do paralelogramo  $\mathfrak{P}$  do item (a).

c) Determine a equação cartesiana do plano  $\pi$  que contém o paralelogramo  $\mathfrak{P}$ .

d) Considere a reta  $r_3$

$$r_3 = (1 + t, 2, 1), \quad t \in \mathbb{R}.$$

Determine um ponto  $E$  da reta  $r_3$  tal que os pontos  $A, B, C, D$  e  $E$  sejam os vértices de um paralelepípedo  $\mathfrak{V}$  de volume 2.

---

**Resposta:**

3) Considere a reta

$$r = (2t, 2 - t, 1 + t), \quad t \in \mathbb{R},$$

e o ponto

$$Q = (1, 0, 1).$$

- (a) Escreva a reta  $r$  como a interseção de dois planos  $\pi$  e  $\rho$  (escritos na forma cartesiana) tais que  $\pi$  é paralelo ao eixo  $\mathbb{X}$  (isto é, o vetor normal do plano  $\pi$  é ortogonal ao vetor  $\mathbf{i}$ ) e  $\rho$  é paralelo ao eixo  $\mathbb{Z}$  (isto é, o vetor normal do plano  $\rho$  é ortogonal ao vetor  $\mathbf{k}$ ).
- (b) Determine as equações cartesianas e paramétricas do plano  $\tau$  que contém a reta  $r$  e o ponto  $Q$ .
- (c) Determine o ponto  $M$  da reta  $r$  mais próximo do ponto  $Q$ . Calcule a distância do ponto  $Q$  à reta  $r$ .

---

**Resposta:**