G1 de Álgebra Linear I – 2013.2

Data: 6 de setembro de 2013.

Nome:____ Matrícula:___________
Assinatura:____ Turma:___________

Duração: 1 hora 50 minutos

Provas sem nome não serão corrigidas e terão nota ZERO. Provas com algum dos campos matrícula, assinatura ou turma não preenchido ou preenchido de forma errada serão penalizadas com a perda de 1 ponto por campo.

1.a	**1.b**	**1.c**	**1.d**	**2.a**	**2.b**	**2.c**	**2.d**	**2.e**	**3.a.i**	**3.a.ii**	**3.b**	**soma**
1.0	1.0	1.5	0.5	1.0	0.5	1.0	1.0	0.5	0.7	0.7	0.7	10.0

Instruções – leia atentamente

• Não é permitido usar calculadora. Mantenha o celular desligado.

• É proibido desgrampear a prova. Prova com folhas faltando terá nota zero.

• **Verifique**, **revise** e **confira** cuidadosamente suas respostas.

• Escreva de forma clara, ordenada e legível.

• O desenvolvimento de cada questão deve estar após a palavra **Resposta** no lugar a ele destinado. Desenvolvimentos fora do lugar (p. ex. no meio dos enunciados, nas margens, etc) **não serão corrigidos!!.**

• **Justifique cuidadosamente todas as respostas de forma completa, ordenada e coerente.**

Observação

justificar: *Legitimar. Dar razão a. Provar a boa razão do seu procedimento.*

cuidado: *Atenção, cautela, desvelo, zelo.* **cuidadoso:** *Quem tem ou denota cuidado.*

fonte: mini-Aurélio

1) Considere o sistema de equaçãos lineares

$$(\star) \quad \begin{cases} 2x + y - z & = -2, \\ x + y + \alpha z & = -4, \\ 3x + y - 2z & = \beta, \end{cases} \qquad \alpha, \beta \in \mathbb{R},$$

e as retas de equações paramétricas

$$r_1 \colon (2t-1, -5, -t), \quad t \in \mathbb{R},$$
$$r_2 \colon (t-1, -2t-1, 5-3t), \quad t \in \mathbb{R}.$$

a) Determine α e β de modo que a solução o do sistema linear em $(\star)$ seja uma reta r. Determine uma equação paramétrica da reta r.

b) Determine, se possível, o ponto P de interseção das retas r_1 e r_2.

c) Considere o ponto $Q = (0, -3, 2)$ da reta r_2 e o ponto P de interseção das retas r_1 e r_2.

- Determine um ponto R da reta r_1 tal que P, Q e R sejam os vértices de um triângulo de área $\sqrt{45}$.
- Determine um ponto T tal que P, Q, R e T sejam os vértices de um paralelogramo de área $2\sqrt{45}$.

d) Determine, se possível, todos os valores de α e β de modo que o sistema linear em $(\star)$ tenha solução única.

Resposta:

2) Considere a reta r_1 de equação cartesiana

$$r_1\colon \begin{cases} x+y-z &= 1, \\ x-y+2z &= 0, \end{cases}$$

a reta r_2 de equação paramétrica

$$r_2\colon (t+1, 2t-1, -t), \quad t \in \mathbb{R},$$

e o plano π de equações paramétricas

$$\pi\colon (0, t, s), \quad t, s \in \mathbb{R}.$$

Determine:

a) As coordenadas do ponto de interseção da reta r_1 e o plano π.

b) Uma equação paramétrica da reta r_1.

c) A posição relativa das retas r_1 e r_2.

d) Uma equação cartesiana do plano π.

e) Seja ρ o plano paralelo à reta r_1 que contém a reta r_2. Determine uma equação cartesiana do plano ρ.

Resposta:

3)

a) Decida se as afirmações a seguir são verdadeiras ou falsas.

i) Suponha que $\|u_1\| = \|u_2\| = 1$ e que (u_1+u_2) e (u_1-u_2) são vetores não nulos. Então os vetores (u_1+u_2) e (u_1-u_2) são ortogonais.

ii) Considere vetores unitários w_1 e w_2 de $\mathbb{R}^3$. Se $w_1 \cdot w_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}$ então $\|w_1 \times w_2\| = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

b) Determine se possível vetores v_1 e v_2 de $\mathbb{R}^3$ tais que

$$v_1 \cdot v_2 = 5 \quad \text{e} \quad \|v_1 \times v_2\| = 1.$$

Se tais vetores não existem explique o porquê.

Justifique cuidadosamente suas respostas de forma completa, ordenada e coerente.

Resposta: