

Prova tipo D. Respostas

1) Considere os vetores $\bar{v} = (1, 0, 1)$ e $\bar{w} = (-1, 1, 1)$.

a) Determine um vetor \bar{a} de módulo igual a $\sqrt{6}$ tal que $\bar{a} \times \bar{v} = \bar{w}$.

b) Determine o valor de c para que se verifique a igualdade

$$(1, c, 2) \cdot ((1, 0, 1) \times (-1, 1, 1)) = 5.$$

c) Determine o valor de d para que se verifique a igualdade

$$(1, d, 2) \cdot ((1, 0, 1) \times (-1, 1, 1)) = (1, d, 2) \cdot ((-1, 1, 1) \times (1, 0, 1)).$$

Respostas:

a) $\bar{a} = (1, -1, 2)$ ou $\bar{a} = (-2, -1, -1)$

b) $c = -2$

c) $d = 1/2$

2) Considere o ponto $P = (1, 1, 0)$ e a reta r e o plano π de equações

$$r: (1 + t, t, 2 - t) \quad t \in \mathbb{R}, \quad \pi: x - y + z = 1.$$

- a) Determine o ponto Q da reta r mais próximo de P .
- b) Determine a distância d entre o ponto P e a reta r .
- c) Determine um ponto A de r tal que a distância entre P e A seja $\sqrt{14}$.
- d) Determine o ponto B da reta r tal que B , P e o ponto $(1, 0, 2)$ da reta r sejam os vértices de um triângulo de área $\sqrt{6}$.
- e) Determine o ponto C do plano π mais próximo de P .
- f) Determine a distância d' entre o ponto P e o plano π .

Respostas:

a)

$$Q = (2, 1, 1)$$

b)

$$d = \sqrt{2}$$

c)

$$A = (4, 3, -1) \text{ ou } A = (0, -1, 3)$$

d)

$$B = (3, 2, 0) \text{ ou } B = (-1, -2, 4)$$

e)

$$C = (4/3, 2/3, 1/3)$$

f)

$$d' = \sqrt{3}/3$$

3) Considere o ponto $P = (1, 1, 2)$ e as retas r_1 e r_2 de equações paramétricas

$$r_1: (1 - t, 2t, 1 + t), \quad t \in \mathbb{R}, \quad r_2: (1 + 2t, 3 - t, 5 + 2t), \quad t \in \mathbb{R}.$$

a) Escreva a reta r_1 como interseção de dois planos (escritos de forma cartesiana) π e ρ , onde π é paralelo ao eixo \mathbb{Z} e ρ é paralelo ao plano

$$\tau: 3x + y + z = 0.$$

b) Determine a equação cartesiana do plano β que contém o ponto P e a reta r_1 .

c) As retas r_1 e r_2 são concorrentes. Determine o ponto C de interseção destas duas retas.

d) Determine as equações paramétricas da reta r_3 perpendicular comum a r_1 e r_2 (isto é, r_3 intercepta as retas r_1 e r_2 e é perpendicular a ambas retas).

Respostas:

a)

$$\pi: 2x + y = 2 \quad \rho: 3x + y + z = 4$$

b)

$$\beta: x + y - z = 0$$

c)

$$C = (-1, 4, 3)$$

d)

$$r_3 = (-1 - 5t, 4 - 4t, 3 + 3t), \quad t \in \mathbb{R}$$