

Prova tipo A. Respostas

1) Considere os vetores $\bar{v} = (1, 0, 1)$ e $\bar{w} = (1, 1, -1)$.

a) Determine um vetor \bar{a} de módulo igual a $\sqrt{6}$ tal que $\bar{a} \times \bar{v} = \bar{w}$.

b) Determine o valor de c para que se verifique a igualdade

$$(1, c, 2) \cdot ((1, 0, 1) \times (1, 1, -1)) = 5.$$

c) Determine o valor de d para que se verifique a igualdade

$$(1, d, 2) \cdot ((1, 0, 1) \times (1, 1, -1)) = (1, d, 2) \cdot ((1, 1, -1) \times (1, 0, 1)).$$

Respostas:

a) $\bar{a} = (-2, 1, -1)$ ou $\bar{a} = (1, 1, 2)$

b) $c = 2$

c) $d = -1/2$

2) Considere o ponto $P = (1, 0, 1)$ e a reta r e o plano π de equações

$$r: (1 + t, 2 - t, t) \quad t \in \mathbb{R}, \quad \pi: x + y - z = 1.$$

- a) Determine o ponto Q da reta r mais próximo de P .
- b) Determine a distância d entre o ponto P e a reta r .
- c) Determine um ponto A de r tal que a distância entre P e A seja $\sqrt{14}$.
- d) Determine o ponto B da reta r tal que B , P e o ponto $(1, 2, 0)$ da reta r sejam os vértices de um triângulo de área $\sqrt{6}$.
- e) Determine o ponto C do plano π mais próximo de P .
- f) Determine a distância d' entre o ponto P e o plano π .

Respostas:

a)

$$Q = (2, 1, 1)$$

b)

$$d = \sqrt{2}$$

c)

$$A = (4, -1, 3) \text{ ou } A = (0, 3, -1)$$

d)

$$B = (3, 0, 2) \text{ ou } B = (-1, 4, -2)$$

e)

$$C = (4/3, 1/3, 2/3)$$

f)

$$d' = \sqrt{3}/3$$

3) Considere o ponto $P = (2, 1, 1)$ e as retas r_1 e r_2 de equações paramétricas

$$r_1: (1 + t, 2t, 1 - t), \quad t \in \mathbb{R}, \quad r_2: (5 + 2t, 3 - t, 1 + 2t), \quad t \in \mathbb{R}.$$

a) Escreva a reta r_1 como interseção de dois planos (escritos de forma cartesiana) π e ρ , onde π é paralelo ao eixo \mathbb{X} e ρ é paralelo ao plano

$$\tau: x + y + 3z = 0.$$

b) Determine a equação cartesiana do plano β que contém o ponto P e a reta r_1 .

c) As retas r_1 e r_2 são concorrentes. Determine o ponto C de interseção destas duas retas.

d) Determine as equações paramétricas da reta r_3 perpendicular comum a r_1 e r_2 (isto é, r_3 intercepta as retas r_1 e r_2 e é perpendicular a ambas retas).

Respostas:

a)

$$\pi: y + 2z = 2, \quad \rho: x + y + 3z = 4$$

b)

$$\beta: x - y - z = 0$$

c)

$$C = (3, 4, -1)$$

d)

$$r_3 = (3 + 3t, 4 - 4t, -1 - 5t), \quad t \in \mathbb{R}$$