P1 de Álgebra Linear I – 2002.1

Data: 27 de março de 2001.

Nome:_______________________________________ Matrícula:__________

Assinatura:__________________________________ Turma:__________

Questão	Valor	Nota	Revis.
1	2.5		
2a	0.5		
2b	0.5		
2c	0.5		
2d	0.5		
2e	0.5		
3a	0.5		
3b	1.0		
3c	1.0		
4a	0.5		
4b	0.5		
4c	0.5		
4d	0.5		
4e	0.5		
Total	10.5		

Instruções:

- **Não é permitido usar calculadora. Mantenha o celular desligado.**
- **É proibido desgrampear a prova. Prova com folhas faltando ou rasuradas terá nota zero.**
- **Nas questões 2, 3 e 4 justifique cuidadosamente todas as respostas de forma completa, ordenada e coerente. Escreva de forma clara e legível.**
- **Nas questões 2, 3 e 4 da prova não haverá pontuação menor que 0.5 – Verifique cuidadosamente suas respostas.**
- **Faça a prova na sua turma.**

Marque no quadro as respostas da primeira questão. Não é necessário justificar esta questão.

ATENÇÃ0: resposta errada vale ponto negativo!, a questão pode ter nota negativa!

Para uso exclusivo do professor	*****	*****
Certas:	$\times\ 0.3$	
Erradas:	$\times\ -0.2$	
*****	Total	

1) Decida se cada afirmação a seguir é verdadeira ou falsa e marque **com caneta** sua resposta no quadro abaixo. **Atenção:** responda **todos** os itens, use "**N** = não sei" caso você não saiba a resposta. Cada resposta certa vale 0.3, cada resposta errada vale -0.2, cada resposta **N** vale 0. Respostas confusas e ou rasuradas valerão -0.2.

Itens	**V**	**F**	**N**
1.a			
1.b			
1.c			
1.d			
1.e			
1.f			
1.g			
1.h			
1.i			

1.a) Para todo par de vetores u e w de $\mathbb{R}^3$ vale o seguinte raciocínio:

$$w \times (u \times w) = -w \times (w \times u) = (-w \times w) \times u = \bar{0} \times u = \bar{0}$$

1.b) Considere vetores v, y e w de $\mathbb{R}^3$ tais que $y \cdot (v \times w) = 1$. Então $w \cdot (v \times y) = 1$.

1.c) Considere vetores v, y e w de $\mathbb{R}^3$ tais que $y \cdot (v \times w) = 0$. Então y é ortogonal a w.

1.d) Existem dois planos π e ρ de $\mathbb{R}^3$ cuja interseção consiste em um único ponto.

1.e) Considere vetores y, v e w de $\mathbb{R}^3$ tais que $y \cdot v = 0$ e $w \cdot v = 0$. Então $y \cdot w = 0$.

1.f) Considere vetores w e v de $\mathbb{R}^3$. Se $w \times v = 0$ então o valor absoluto de $w \cdot v$ é $|w|\,|v|$.

1.g) Considere o sistema

$$a_1x + b_1y + c_1z = d_1, \quad a_2x + b_2y + c_2z = d_2, \quad a_3x + b_3y + c_3z = d_3.$$

Suponha que

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = 0.$$

Então o sistema não admite solução.

1.h) Considere vetores y, v e w de $\mathbb{R}^3$. Então

$$(y + v) \cdot (w \times v) = y \cdot (w \times v).$$

1.i) Considere a reta r que contém o ponto $P = (p_1, p_2, p_3)$ e é paralela ao vetor v, e a reta s que contém ao ponto $Q = (q_1, q_2, q_3)$ e é paralela ao vetor w. Seja $\overline{PQ} = (q_1 - p_1, q_2 - p_2, q_3 - p_3)$. Suponha que $\overline{PQ} \cdot (v \times w) = 0$. Então a distância entre as retas é zero.

2) Considere a reta r definida pela interseção dos planos π e ρ,

$$\pi\colon x + 2y + z = 1, \quad \rho\colon -x + y - z = 1.$$

2.a) Determine um vetor diretor da reta r.

2.b) Determine uma equação paramétrica de r.

2.c) Encontre um terceiro plano τ (diferente de π e ρ) que contenha a r (isto é, $\tau \cap \pi \cap \rho$ é igual à reta r).

2.d) Determine a equação cartesiana do plano α que contém a reta r e o ponto $(1, 2, 1)$.

2.e) Determine a equação cartesiana do plano β perpendicular a r contendo o ponto $(1, 2, 1)$.

3) Considere a reta r de equação cartesiana

$$x + 2y + z = 4, \quad x - z = 0$$

e a reta s de equações paramétricas $(1 - 2t, t, 1 + 2t)$, $t \in \mathbb{R}$.

3.a) Determine uma equação paramétrica de r.

3.b) Determine a posição relativa das retas r e s (concorrentes, reversas, paralelas, iguais).

3.c) Calcule a distância entre r e s.

4) Considere o plano $\pi\colon x + 2y - z = 1$.

4.a) Determine a equação cartesiana do plano ρ paralelo a π que contém a origem.

4.a) Calcule a distância entre ρ e π.

4.c) Determine a equação cartesiana do plano τ perpendicular a π que contém os pontos $(1, 0, 0)$ e $(0, 0, -1)$.

4.d) Calcule o ponto do plano ρ mais próximo do ponto $(1, 0, 0)$.

4.e) Ache um ponto X no plano ρ da forma $(x, 0, z)$ tal que os pontos $P = (1, 0, 0)$, $Q = (0, 0, -1)$ (P, Q no plano π) determinem um triângulo retângulo cujos catetos são PQ e QX.