# P3 de Álgebra Linear I – 2001.1
## Data: 20 de junho de 2001.

Nome:______________________________ Matrícula:__________
Assinatura:____________________________ Turma:__________

| Questão | Valor | Nota | Revisão |
|---|---|---|---|
| 1 | 2.5 | | |
| 2 | 2.5 | | |
| 3 | 2.5 | | |
| 4 | 3.0 | | |
| Total | 10.0 | | |

### Instruções:

- **Não é permitido usar calculadora. Mantenha o celular desligado.**
- **Justifique todas as respostas. Escreva de forma clara, legível e organizada.**
- **Em cada uma das questões da prova não haverá pontuação parcial – Verifique cuidadosamente suas respostas.**
- **Faça a prova na sua turma.**

**1)** Considere as matrizes

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

**a)** Determine os autovalores e autovetores das matrizes $A$ e $B$. $(0.5 + 0.5)$.

**b)** Estude se estas matrizes são diagonalizáveis. $(0.5)$.

**c)** Escreva as matrizes diagonalizáveis do item anterior na forma $RDR^{-1}$ onde $D$ é uma matriz diagonal. $(0.5 + 0.5)$.

**2)** Considere a matriz

$$F = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 5 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

**2.a)** Encontre todos os autovalores de $F$ e todos os autovetores de $F$. $(0.5 + 0.5)$.

**2.b)** Encontre uma matriz $R$ inversível, sua inversa $R^{-1}$ e uma matriz $D$ diagonal tais que $F = RDR^{-1}$. $(0.5 + 0.5 + 0.5)$.

**3)** Considere a projeção ortogonal $P$ no plano $2x + 2y + z = 0$.

Escreva a matriz de $P$ da forma $BDB^{-1}$, onde $D$ é uma matriz diagonal. Ache $B$, $D$ e $B^{-1}$ explicitamente. ($B = 1.0$, $D = 1$ e $B^{-1} = 0.5$).

**4)** Para cada uma das matrizes abaixo, verifique se é uma rotação ou uma projeção ortogonal, ou nem uma coisa nem outra. Para a rotação identifique o eixo, e para a projeção o plano ou a reta onde é feita a projeção.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 6 & 1 \\ 6 & 5 & 7 \\ 1 & 7 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1/3 & 1/3 & 1/3 \\ 1/3 & 1/3 & 1/3 \\ 1/3 & 1/3 & 1/3 \end{pmatrix},$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix}.$$

(Cada identificação 0.5, o plano de projeção 0.5, e o eixo de rotação 0.5).